

7-2 フレードホルム形逐次推定法による円筒層状不均質媒質の推定のシミュレーション

電磁波工学研究室
9312008 岩井 敬

1. 研究の目的

円筒層状不均質媒質へ平面波を入射させ、この円筒の入射側と反射側に置かれたループアンテナのそれぞれの出力電圧の振幅と位相を測定する。この資料を用いて積分方程式を導出し、円筒内の不均質な導電率分布を推定するフレードホルム形逐次推定法を述べ、導電率分布推定シミュレーションを行なうことを目的としている。

2. 平面波の円筒座標表示

円筒に入射させる平面波を境界条件を適用しやすいようにベッセル関数の和で表すと、

$$E_z^i = A_0 \sum_j j^n J_n(k_0 r) \exp(-jn\psi) \quad (1)$$

$$H_\psi^i = \frac{A_0}{\eta} \sum_j j^{n-1} J'_n(k_0 r) \exp(-jn\psi) \quad (2)$$

となる。

3. 円筒層状導電率分布推定の基本式

円筒層状媒質中で、媒質定数 ϵ, μ, σ の中の σ だけが層中で変動する場合を考える。そこへ、式(1),(2)のようなTMモードの平面波を入射させる。ベッセル関数の素円筒波に展開した平面波の n 次の素波の電磁界を $\mathbf{e}_n = (-E_z \mathcal{H}_\psi)^T$ を定義すると、 n 番目のモード \mathbf{e}_n に関する Maxwell の式は、

$$\frac{\partial \mathbf{e}_n}{\partial r} = -jk_0 \tilde{H}_n \mathbf{e}_n(r) \quad (3)$$

$$\tilde{H}_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ (\epsilon_s - (\frac{n}{k_0 r})^2) - j\frac{Z_0 \sigma}{k_0} & -j\frac{1}{k_0 r} \end{bmatrix} \quad (4)$$

と表せる。円筒の入射側、透過側における電磁界 $\mathbf{e}_n(a, \psi)$ を入射側、透過側におかれたループアンテナの出力電圧 $V(0), V(\pi)$ 、波動インピータンスで表し、式(3)を解くと

$$\begin{aligned} & R_e(\delta V_l + \delta Z_l) + j \text{Im}(\delta V_l + \delta Z_l) \\ &= \int_{a, \pi}^{a, 0} K_l^r(r, \psi) \delta \sigma(r) dr + j \int_{a, \pi}^{a, 0} K_l^i(r, \psi) \delta \sigma(r) dr \end{aligned}$$

となり、この式が導電率分布推定の基本積分方程式となる。ただし、核関数 $K_l(l = 1, 2, 3, \dots)$ は $\delta \sigma$ に対す

る感度関数であり、初期仮定分布 $\sigma^*(r)$ 及び周波数 f 、入射角 θ_i などによって定まる r の関数である。また、 l は周波数の資料番号を表しており、 δV_l は出力電圧の変化で反射、透過側電圧の変化分 $\delta V^r, \delta V^t$ であり、 δZ_l は円筒の入射側表面における散乱波のインピータンスの変化に関する項を表している。

次に、積分方程式の解法を示す。

1. 推定される $\delta \sigma(r)$ を核関数の線形和で表す。
2. 最初に仮定した初期仮定導電率分布 $\sigma^*(r)$ から、これを減じて $\sigma(r)$ とする。
3. これを新たに $\sigma^*(r)$ において導電率が収束するまで (δV_l が 0 に近づくまで) 繰り返し計算を行なえば、円筒中の導電率 $\sigma(r)$ を求めることができる。

4. 計算結果

4.1 数値解と解析解との比較

周波数 30MHz の入射平面波に対する円筒内の電磁界を数値解で求めベッセル関数を用いた解析解と比較を行なった。

4.2 導電率分布推定シミュレーションの計算結果

次のような条件で導電率分布推定シミュレーションを行なった。外部媒質を空気とし、円筒内においては 50 層とし、 $\sigma^d = 0.6 \sim 0.2$ (S/m) (中心から 0.008(S/m) ごとに変化する) とした。円筒の半径は $a = 0.15$ (m) とする。初期仮定導電率分布 σ^* を 50 層全て $\sigma^* = 0.4$ (S/m) とおいて、実際の導電率分布 σ' にどれほど近づくかをシミュレーションした。

5. まとめ

円筒層状でのフレードホルム形逐次推定法について述べた。この結果、精度は良いとは言えないが、円筒内の導電率分布が全くわからない状態からある程度、内部の様子を推定できることがわかった。今後は、理論、プログラムの両面から誤りがないか検討し、さらに推定精度を上げることが課題である。